



Magia con números

Este es un antiguo juego de adivinanza de números. El o la participante piensa en un número dentro de un rango específico y, a partir de la información que se le solicita, el (la) monitor(a) es capaz adivinar el número pensado. Si bien se trata de un truco elemental, su fundamento matemático tiene relación con la representación binaria de los números.

Materiales

- ★ 6 juegos de magia binaria de 5 cartas cada uno en color verde.
- ★ 6 juegos de magia binaria de 6 cartas cada uno en color azul.
- ★ 6 juegos de magia binaria de 7 cartas cada uno en color rojo.

Instrucciones de uso

Con las tarjetas del juego de 5 cartas en mano (color verde), se pide a quien participa que piense (sin mencionar) un número entre el 0 y el 31. Luego, se le van enseñando las tarjetas una a una y se le pregunta: ¿está su número en la tarjeta?

Para adivinar el número, basta con ir sumando el primer número de cada tarjeta en la que, de acuerdo a su participante, su número sí aparece. El manejo con los sets de 6 y 7 cartas es similar: allí se pide escoger respectivamente un número entre 0 y 63 y otro entre 0 y 127.

Ejemplo: Si en el juego de 5 cartillas, el o la participante indica que su número está en la primera, tercera y quinta cartilla, entonces usted debe sumar $1 + 4 + 16 = 21$. Con esto, usted sabrá que el número pensado por su participante es el 21.

1	9	17	25	
3	11	19	27	
5	13	21	29	
7	15	23	31	

2	10	18	26	
3	11	19	27	
6	14	22	30	
7	15	23	31	

4	12	20	28	
5	13	21	29	
6	14	22	30	
7	15	23	31	

8	12	24	28	
9	13	25	29	
10	14	26	30	
11	15	27	31	

16	20	24	28	
17	21	25	29	
18	22	26	30	
19	23	27	31	

Relación con las Bases Curriculares

Contenidos conceptuales

Eje Temático: Números; datos y azar

- ★ Descomposición de cada número en suma de potencias de 2.
- ★ Transformación de sistema decimal a binario.
- ★ Teoría de información (pensamiento computacional).

Objetivos de aprendizaje

- ★ Emplear la suma y multiplicación de números enteros en una situación concreta.
- ★ Reconocer la aparición de potencias de base natural y exponente entero.
- ★ Establecer relación entre las representaciones de un número en sistemas decimal y binario.
- ★ Detectar cuántos datos son necesarios para determinar una información precisa.
- ★ Resolución de problemas; comunicación y argumentación.

Orientaciones para monitoras y monitores

1. Se sugiere comenzar ejecutando el “truco” varias veces para “sorprender” al (a la) participante (primero con el set de 5 cartas, luego con el de 6 y finalmente con el de 7). Con participantes menores (desde los 6 años), se debiera revelar el truco para que eventualmente puedan interactuar con otras personas. Para participantes un poco mayores, se debiese orientar la actividad a que puedan descubrir el algoritmo por su propia cuenta.
2. En el siguiente nivel de complejidad, se debe orientar hacia la cantidad de respuestas. Por ejemplo, con el juego de 5 cartas, ¿cuántas respuestas posibles hay? Habitualmente, quien participa tiende a decir 5, pero en realidad son 32, pues cada pregunta admite dos respuestas (“sí” y “no”), por lo que hay $2^5 = 32$ combinaciones posibles. Con esto se debe intentar convencer a quien participa de que es plausible adivinar siempre el número escogido, pues este está comprendido entre 0 y 31, por lo que también hay 32 opciones. Se sugiere explicar que algo análogo sucede con los juegos de 6 y 7 fichas, con 64 y 128 posibilidades y números respectivamente (recomendable a partir de 10 años).
3. En el último nivel de complejidad, se sugiere orientar al descubrimiento de cómo se adivinan efectivamente los números. Para esto, es mejor recomenzar con los juegos de 5 cartas. Se debiera naturalmente detectar patrones ligados a las potencias de 2 en las cifras; quienes tienen más conocimientos debieran plantear la posibilidad del uso de un código binario y, eventualmente, descubrir el mecanismo de adivinación de los números.

Sustento matemático

Nuestra notación numérica es decimal: contamos en unidades, decenas, centenas, etc. Así, la expresión 2021 significa $2 \times 1000 + 2 \times 100 + 2 \times 10 + 1 = 2 \times 10^3 + 2 \times 10^2 + 2 \times 10 + 1$. Todo número se expresa como suma de potencias de 10, con no más de 9 potencias iguales (si hubiese más, estas originarían una potencia de 10 mayor; por ejemplo, $11 \times 10^4 = 10 \times 10^4 + 1 \times 10^4 = 10^5 + 10^4$). Lo anterior (expresar un número como suma de potencias) no es específico del 10. En particular, todo número natural puede expresarse como suma de potencias de 2 (en este caso, las potencias que se emplean son todas distintas). Por ejemplo,

$$2021 = 1024 + 512 + 256 + 128 + 64 + 32 + 4 + 1 = 2^{10} + 2^9 + 2^8 + 2^7 + 2^6 + 2^5 + 2^2 + 2^0.$$

Lo que se hace a través de las cartas es “descubrir” esta descomposición “binaria” del número que se busca adivinar. El primer número de cada tarjeta es una potencia de 2, y los números de dicha tarjeta son aquellos dentro del rango numérico que, al ser escritos como sumas de potencias de 2, incorporan dicho sumando. A modo de ilustración, en la tarjeta de la derecha están todos los números del 1 al 64 que sí utilizan el $2^2 = 4$.



4	12	20	28	36	44	52	60
5	13	21	29	37	45	53	61
6	14	22	30	38	46	54	62
7	15	23	31	39	47	55	63